

ESTUDIO DE FUNCIONES

PROPIEDADES	CARACTERIZACIÓN	OBSERVACIONES
Dominio	$Dom f = \{ x \in R / f(x) \in R \}$ Cuando no se indique lo contrario explícitamente el dominio de la función será el máximo posible.	$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ ----- $Dom f(x) = R$ $f(x) = \frac{Q(x)}{Q(x)}$ ----- $Dom f(x) = R - \{x: Q(x)=0\}$ $g(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ ----- $Dom f(x) = R - \{x: g(x)<0\}$ $f(x) = P(x) \Rightarrow Dom f = R$ $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} \Rightarrow Dom f = R - \{x: Q(x)=0\}$ $f(x) = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow Dom f = R - \{x: g(x) \geq 0\}$ $f(x) = \lg_a g(x) \Rightarrow Dom f = R - \{x: g(x) > 0\}$ $f(x) = \sin(g(x)) \Rightarrow Dom f = Dom g$ $f(x) = \cos(g(x)) \Rightarrow Dom f = Dom g$
Recorrido	$Im f = \{ k \in R / [f(x) = k] \in Dom f \}$	
Discontinuidades	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$	Posibles puntos de discontinuidad los que no pertenecen al dominio
Puntos de Corte	$OY : f(0) = y$ $OX : f(x) = 0$	$EJE Y (x=0)$ ----- $EJE X (y=0)$ Si f' no posee raíces reales, el nº máximo de raíces de f es uno. Si f' solo posee una raíz real, f tendrá dos raíces como máximo. etc...
Signo	$f(x) > 0 \Rightarrow$ grafica por encima del eje OX $f(x) < 0 \Rightarrow$ grafica por debajo del eje OX	Hacer un esquema para las regiones de existencia del siguiente modo:
Simetrías	Eje de simetria OY \rightarrow Par : $f(-x) = f(x)$ Centro de simetria O(0,0) \rightarrow Impar : $f(-x) = -f(x)$	Si una función es par o impar sólo es necesario estudiarla en R^+ , es decir para valores positivos de x .
Periodicidad	$f(x+T) = f(x)$	T es el periodo mínimo
Asíntotas	$A.V. : x = u \Rightarrow \lim_{x \rightarrow u} f(x) = \pm \infty, u = a, a^+, a^-$ $A.H. : y = k \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = k$ $A.O. : y = mx + b \Rightarrow \begin{cases} m = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{f(x)}{x} \\ b = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} [f(x) - mx] \end{cases}$ $R.P. : \begin{cases} \text{En la direccion de OY} \Rightarrow m = \pm \infty \\ \text{En la direccion de OX} \Rightarrow m = 0 \\ \text{En la direccion de A.O.} \Rightarrow m \neq 0 \text{ y } b = \pm \infty \end{cases}$	Una función puede tener como máximo dos A.H., y la gráfica puede cortar a la asíntota. Una función puede tener infinitas A.V. y la gráfica nunca corta a la asíntota. Las funciones enteras no presentan asíntotas. Las funciones racionales tienen asíntotas verticales en los valores de x que anulan el denominador.
Monotonía	Intervalos de Crecimiento : $f' > 0$ Intervalos de Decrecimiento : $f' < 0$	Localizar los valores de x en los que $f'(x)=0$ o la $f'(x)$ no está definida. Estos valores determinan unos intervalos prueba donde mirar el signo de $f'(x)$.
Extremos Relativos	$f'(a) = 0 \text{ y } f''(a) < 0 \Rightarrow$ Maximo en $(a, f(a))$ $f'(a) = 0 \text{ y } f''(a) > 0 \Rightarrow$ Minimo en $(a, f(a))$	Otros criterios para localizar los extr. son: Cambio de signo de la $f'(x)$ Teorema de Taylor
Curvatura	Intervalos de Concavidad : $f'' > 0$ Intervalos de Convexidad : $f'' < 0$	Localizar los valores de x en los que $f''(x)=0$ o la $f''(x)$ no está definida. Estos valores determinan unos intervalos prueba donde mirar el signo de $f''(x)$.
Puntos de Inflexión	$f''(a) = 0 \text{ y } f'''(a) \neq 0 \Rightarrow$ Punto de Inflexion en $(a, f(a))$	Otros criterios para localizar los p.inflex. son: <ul style="list-style-type: none"> Cambio de signo de la $f''(x)$ Teorema de Taylor
Tabla de valores	Construir una tabla de valores con los puntos característicos ya calculados más otros convenientemente elegidos y así facilitar su representación gráfica.	La situación de la gráfica con relación a las asíntotas es importante para la representación gráfica.
Gráfica	La gráfica de la función f es el lugar geométrico de los puntos del plano cuyas coordenadas satisfacen la ecuación $y = f(x)$	Dividir los ejes convenientemente para representar todas las características de f .

